

Oswald Riedel

Wahrscheinlichkeit als virtuelle Wahrheit: Die Meßwerte von Quantitäten.

I

In der Erkenntnistheorie gilt seit dem Altertum das Kriterium, welches bekannt ist in der Fassung durch Thomas von Aquin: "Veritas est adaequatio rei et intellectus". Adaequatio ist der bei einer Waage erreichte Abgleich, genau und ruhend, es liegt auf der einen Schale der Gegenstand, Res, auf der anderen die Erkenntnis, Intellectus.

Das Thema hier greift an bei der Wahrheit im Bereich von Quantitäten. Die Befunde dort sind nämlich, als Zahlenwerte, leicht einsehbare Behauptungen. Wahrheit wird sich dabei herausstellen als virtuelle Wahrheit. "Virtuell" nicht in der pejorativen Bedeutung "unecht", sondern es heißt: "Ein Amt ausfüllend".

Aus Ratlosigkeit gegenüber der Forderung Adaequatio fanden sich bequemere Wahrheitskriterien. So die Kohärenz, der Konsens und für den Pragmatisten die Nützlichkeit. Doch sind jene Kriterien als bloß abbrechende Umwege zur Adaequatio leicht zu erkennen. Es gilt vielmehr, den Begriff Adaequatio mit Sinn zu erfüllen. Das soll im Folgenden geschehen.

II

Die elementare Quantität ist die abzählbare. Auf sie trifft der Messende in der Emission instabiler Atomkerne. Das radioaktive Präparat generiert zufällige Ereignisse, zu registrieren als elektrische Pulse. Die Eigenschaft "Zufallsgenerator" beweist sich dadurch, daß die Quantitäten, nämlich die in gleichen Zeitdauern registrierten Anzahlen von Pulsen, sich verteilen gemäß den für Glücksspiele erarbeiteten Formeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung.

Die Brücke zum umgangssprachlichen Prädikat "wahrscheinlich" besteht darin, daß auch dort aus einem, womöglich bloß suggerierten, Kollektiv gefolgert wird. Zu der Aussage "Wahrscheinlich wird unser Zug auch heute fahrplanmäßig eintreffen" führte logische Induktion. Doch, wie Margenau (1950, 247) rügt, ist es falsch, mit Carnap, Reichenbach, Hempel die mathematische Theorie der Wahrscheinlichkeit mit induktiver Logik gleichzusetzen.

Die Breite der Verteilung ist gegeben durch die "Streuung" σ , einen Parameter, welcher hier der Quantität selbst inhärent ist: Es ist σ gleich der Wurzel aus dem Mittelwert. Deshalb ist, auch wenn man noch so viele Pulse registriert, σ nie auf null zu bringen.

Folgerung: Wir finden in der Natur die Quantität nicht als Wahrheit, sondern als Wahrscheinlichkeit.

III

So allgemein gefällt mag dieses Urteil voreilig erscheinen, sollten doch vielleicht andere Bereiche des Messens besser ausgerüstet sein, frei von inhärenter Streuung. Dem aber ist nicht so.

Über jeglichen Verdacht auf inhärente Streuung erhaben ist die Winkelsumme im Dreieck. Sie

soll bekanntlich 180 Grad betragen. In der Praxis der Triangulation der Geodäten jedoch streuen die Winkelsummen mehr oder weniger, wie gut sie eben gelungen sind. Überraschend ist nun, daß die 1794 von Gauß eingeführten "Fehlerquadrate", das sind die Quadrate der Differenzen der Daten gegen ihren Mittelwert, ebenfalls einer durch ein σ bestimmten Verteilung gehorchen. Die Verteilung ist gegeben durch die symmetrisch um den Mittelwert liegende, berühmte Gaußsche "Glockenkurve". Zwar ist σ hier nicht dem Mittelwert inhärent, doch sonst liegen die Daten einer Triangulation so verteilt, wie von einem Zufallsgenerator erzeugt.

IV

Zufallsgeneratoren sind wohlbekannt, beschrieben unter anderem im Lehrbuch von Nawrotzki (1994, 265 f.) Als Produkte der Elektronikindustrie braucht man sie für Glücksspielautomaten und zum Verschlüsseln von Texten. Ein Zufallsgenerator ist gekennzeichnet dadurch, daß die Folge der von ihm ausgegebenen Zeichen keiner Regel gehorcht, im Gegensatz zum Bildungsgesetz einer unendlichen Reihe wie etwa für die Zahl π . Eine Zufallsfolge, auch stochastischer Prozeß genannt, bildet sich ausschließlich durch sich selbst ab, ist somit nicht zu entschlüsseln. Einen Zufallsgenerator echt, nämlich mit unendlich langer Zeichenfolge, herzustellen, ist nicht möglich. Man begnügt sich mit Zufallsimitatoren, gekennzeichnet dadurch, daß Entschlüsselungsmaschinen prohibitiv lange Zeiten benötigen würden.

Die für Zufallsgeneratoren aufzuwendende Hardware überdenkend, sollte es nicht bloß überraschend sondern eher unheimlich sein, daß die Glockenkurve zustande kommt bei allen Arten von Messungen: Längen und Winkel, wie in der Geodäsie, Kräfte und Massen, elektrische und magnetische Größen ...

V

Gauß war auf seine Kurve gekommen, indem er, zum Teil stillschweigend, vier plausible, aber doch hypothetische Annahmen machte, dargelegt von Czuber (1941, 299): 1. Unter allen Möglichkeiten, die Daten zu verbinden, wählt er das arithmetische Mittel. 2. Dieser Mittelwert sei auch der wahrscheinlichste Wert der Unbekannten. 3. Wie wahrscheinlich ein Fehler ist, hänge ab nur von seiner Größe. 4. Keines der Daten dürfe außer acht gelassen werden.

Man erkennt mühelos, daß Gauß durch seine vier Hypothesen mit einer verblüffend sicheren mathematischen Intuition — 1794, erst siebzehn Jahre alt! — einen Zufallsgenerator beschreibt. Über einen solchen lehrt nämlich die heutige Stochastik: 1. Der Mittelwert ist der von Zählungen der je Zeiteinheit vom Zufallsgenerator emittierten Zeichen. 2. Dieser Mittelwert gibt die "wirkliche" Intensität der Emission am wahrscheinlichsten wieder. 3. Je stärker Anzahlen von Zeichen je Zeiteinheit vom Mittelwert abweichen, desto seltener kommen sie vor. 4. In der Abfolge der Zeichen soll keines übersprungen werden.

Zum "Meßwert" der betroffenen Quantität ist somit der Mittelwert — aus möglichst vielen Daten — zu ernennen.

Die Hypothesen von Gauß implizieren zwar, wie hernach zu erkennen war, einen Zufallsgenerator, standen aber für seine Zeitgenossen als vier willkürliche Vorurteile da. "Geodätenmetaphysik" sagten Kritiker, nutzte doch Gauß seine Fehlerrechnung insbesondere in seiner Eigenschaft als Landvermesser. Vernichtend vermochte und vermag indes keine Kritik zu sein, denn durch ihren Erfolg war die "Methode der Kleinsten Quadrate" bald nicht mehr

wegzudenken aus der Praxis eine jeden, der Quantitäten irgendwelcher Art genau zu messen hat.

VI

Eine andere, spätere Begründung der Methode ist scheinbar frei von Hypothesen, denn sie geht aus von unumstrittenen Formeln der Wahrscheinlichkeitsrechnung. Zunächst, wie es dann später auch auf die Radioaktivität paßte, für ganze Zahlen, von welchen man dann, wie etwa Baule (1963, 36) zeigt, überleitet in die kontinuierliche, überall differenzierbare und integrierbare Glockenkurve, deren Urheber Gauß ist.

Eleganter allerdings ist jene spätere Begründung, weil ihre "Metaphysik" mit nur einer Hypothese auskommt: Es wird kurzerhand ein Zufallsgenerator dekretiert, nämlich die Anwendbarkeit eines gewissen Modells.

Über Meßwerte wird wesentlich dieses erkannt: Sie streuen nicht bloß irgendwie, sondern sie tun das wie gesteuert von einem Zufallsgenerator.

Die Streuung betreffend gilt somit: Je größer ein Kollektiv von Meßwerten ist, desto kleiner ist die Streuung. Auf null läßt sie sich aber niemals bringen.

VII

Das Rätsel Zufallsgenerator lichtet sich für den Fall der nuklearen Strahlung dadurch etwas, daß es weiter gegeben wird an die Quantenmechanik. Für diese ist nach Born Wahrscheinlichkeit fundamental. Insbesondere hat ein Teilchen auch außerhalb seines Atomkerns eine gewisse Aufenthaltswahrscheinlichkeit. Obwohl der Potentialwall, welcher den Kern zusammenhält, zum Übersteigen zu hoch ist, vermag manches Teilchen zu diffundieren. Aufgrund der Theorie von Born (1950, 200, 392) wird sogar die Halbwertszeit des Kerns berechnet, damit die Intensität der Emission.

Es bleibt bei Wahrscheinlichkeit. Zur Unzufriedenheit des Deterministen, wie er sich gegen Born (1966, 67) manifestierte in Einstein, welcher an "volle Gesetzmäßigkeit" glaubte, nicht an einen "würfelnden Gott". Das Vorbild Einsteins und anderer war und ist die klassische Mechanik als eine Theorie deterministischer Naturgesetze. Warum dieses Vorbild illusorisch werden muß, wird nach Born (1966, 163) sofort verständlich: Der Messende gewinne ja noch nicht einmal exakte Längen. Eine Aussage "Diese Strecke ist π cm lang" ist ohne Sinn, auch schon diesseits atomarer Feinkörnigkeit. Das liegt nicht daran, daß π eine transzendente Zahl ist; auch "3 cm" streut nicht minder.

VIII

Ogleich so erfolgreich mit seinen vier Hypothesen, litt Gauß zeitlebens unter deren Zusammenhanglosigkeit. Er trachtete, sein Rezept in den vertrauten Determinismus heimzuholen. Dafür ersann Gauß 1829 (1973, 23f.) sein "Neues allgemeines Grundgesetz der Mechanik".

Dieses "Prinzip des kleinsten Zwanges" besagt: Eine gehinderte Bewegung einer Masse zeigt von ihrer ungehinderten Bewegung Abweichungen, deren Quadrate summiert ebenfalls die Minimumforderung erfüllen. Die Art jener Abweichungen ist zu sehen am Pendel: Ein

Wurfgeschöß folgt einer Parabel, dieselbe Masse hängend ist gezwungen, das Segment eines Kreises zu beschreiben, von einer Parabel stetig abweichend. Doch Gauß (1973, 28) brach ab: "Diese Analogie ließe sich weiterverfolgen, was aber gegenwärtig nicht zu meiner Absicht gehört". Vertagt, ohne Wiederaufnahme.

Richtig, solche Skrupel zum Verhältnis Mathematik-Physik sind längst obsolet. Wer fände sich sonst in der Quantenmechanik mit den Matrizen ab, welche Max Born heranzog aus der Projektiven Geometrie?

Es bleibt, den Meßwert mit σ anzuerkennen als "virtuell wahr". Das ist etwas anderes, als pragmatisch ein Provisorium sanktionieren zu müssen. Von einem Provisorium weiß man, wodurch es ersetzt werden sollte. Doch obwohl immer wieder ältere Meßwerte durch neue, mit kleinerer Streuung, ersetzt werden, gibt es auf die Frage, wodurch der virtuell wahre Befund zu ersetzen sei, keine Antwort.

IX

Die Existenz von Zufallsgeneratoren behaupten zu müssen, ist nicht unheimlicher, als das Vorgehen in der mathematischen Physik überhaupt.

Beispiel: Was für ein Agens ist es denn, welches einem Körper seine träge oder seine schwere Masse aufschaltet, je nachdem ob er einem Stoß nachgibt oder ob er der Gravitation gehorcht? Einstein setzte 1907 die beiden, qualitativ verschiedenen Massen per Dekret kurzerhand gleich; dieses "Äquivalenzprinzip" wurde zum Grundgesetz seiner Allgemeinen Relativitätstheorie, ab 1913. Messungen schon von Newton selbst, dann seit 1890 hatten trotz ihrer geringen Streuungen auf eine Gleichheit der beiden Massen lediglich hingedeutet.

Einstein berief sich zwar nicht auf Kant, doch sein Entscheid entspricht völlig Kants (1783, 320) Satz "Der Verstand schöpft seine Gesetze nicht aus der Natur, sondern er schreibt sie dieser vor". Kants (1787, XVI f.) "Kopernikanische Wende" besagt: Wir nehmen die Welt nicht so wahr, wie sie ist, sondern in einer von unserer Erkenntnisart geprägten Erscheinung.

Die Schlange im Paradies versprach Erkenntnis gleich Gott. Mit "schreibt vor" überbietet Kant die Schlange, welche sich mit Erkennen begnügt hatte, passiv geblieben war. Überbietet — indes nur scheinbar, denn seine kopernikanische Wende vollziehend, meint Kant das Vorschriftenmachen "transzendental", das ist aus unserem menschlich unvollkommenen Erkenntnisapparat herkommend, also ganz bescheiden.

Nach dinglich lokalisierbaren Zufallsgeneratoren suchen zu wollen, denen sich die allenthalben anzutreffenden Gaußschen Verteilungen verdanken sollten, wäre absurd. Was uns bleibt, ist, von Kant belehrt und ermutigt, diesen Entscheid zu fällen: Die Streuung σ gibt es so, als ob sie ein Zufallsgenerator erzeugt hätte. Ein Satz nicht unheimlicher als Einsteins erfolgreiches Dekret über die beiden Massen, welches ebenso, wie Kant (1783, § 37) solche Sätze nannte, ein bloß "dem Anscheine nach gewagter Satz" ist. Derartige Wagnisse, so sieht man ein, sind gleichfalls die in der Physik geläufigen deterministischen Sätze, worunter auch jenes Gaußsche Prinzip des kleinsten Zwanges.

X

Aus Meßwerten astronomischer Örter hatte sich die Form der Ellipse für die Umlaufbahn eines

Planeten herausgestellt. Der Gegenstand, Res, der Adaequatio, ist die Planetenbahn; die Erkenntnis, Intellectus, ist die Form Ellipse. Erfüllt ist die Adaequatio, sie wird spezifiziert durch die Streuung, die Veritas ist etabliert, als virtuell.

Hartnäckige Abweichungen von Gaußscher Verteilung verdienen Aufmerksamkeit. Beim Planeten Merkur war die Periheldrehung, eine Abweichung von der elliptischen Form der Umlaufbahn, zwar größtenteils zu erklären als Störung durch benachbarte Planeten; ein Rest indes ließ sich nicht als Streuung deuten, sondern in ihm offenbarte sich die Allgemeine Relativitätstheorie. Auch Abweichungen der Meßwerte von Atomgewichten waren rätselhaft geblieben, bis schließlich die Isotopie von Atomkernen die Unstimmigkeit zu beheben vermochte.

Wird so getan, als gäbe es Streuung nicht, dann wird sogar ein Chaos wie das Wetter für determiniert gehalten. Die Luftwirbel, die ein Schmetterling in China verursachte, können Wochen später einen Hurrikan in der Karibik auslösen — lehrte die "Chaostheorie", welche im Jahrzehnt vor 1990 propagiert worden war.

Hier spukte der "wirklich wahre" Meßwert, den es nicht gibt, müßten dazu doch, nach jenem Beispiel Borns (1966, 163) jedesmal unendlich viele Dezimalen bekannt sein. Gemessen an platonischem Ideal ist der Begriff Adaequatio leer und überhaupt nicht füllbar. Tarski (1935) sprach es aus: Wahrheit, Veritas, ist eine Intention, deren Semantik bestimmt wird durch die Relation Veritas-Adaequatio.

Verglichen mit der Semantik sonstiger Prädikate verhält sich "wahr" eigenartig. Das wird nachfolgend an einem Beispiel dargestellt, fußend auf Arbeiten von Tarski und Strawson.

XI

Für seine "Semantische Wahrheitstheorie" benutzte 1935 Tarski (1983, 450) die Unterscheidung zwischen "Objektsprache" und "Metasprache", mit dem Ziel, Wahrheit aus der von Tatsachen handelnden "Objektsprache" zu verbannen. Als semantisch anders, in Metasprache, interpretierte er das Prädikat "wahr".

"You are listening to me" ist ein Satz der Objektsprache, weil eine Tatsache betreffend. Eine Aussage über diesen Satz, wie "»You are listening to me« ist ein grammatischer englischer Satz" ist ein Satz einer Metasprache. Warum sollte dann

"»You are listening to me« ist wahr"

nicht ebenfalls eine metasprachliche Aussage sein, sollte somit die Frage nach der Wahrheit gar keine Tatsachen betreffen können?

Das Prädikat "wahr", gegen Tarski, in Objektsprache zu holen, gelang 1949 Strawson (1968). Dazu betrachtete er die Arbeit eines Übersetzers. Um Strawsons Entdeckung am vorliegenden Beispiel des Zuhörenden zu demonstrieren, stelle man einen Übersetzer ins Deutsche vor die beiden Sätze

1. "You are listening to me" is a grammatical English sentence.
2. It is true that you are listening to me.

Der Übersetzer liefert ab:

- 1*. "You are listening to me" ist ein grammatischer englischer Satz.

2*. Es ist wahr, daß Sie mir zuhören. ´

In 1. ließ er "You ... to me" unübersetzt, somit ist 1. metasprachlich. In 2. übersetzte er "true" mit "wahr"; wäre es metasprachlich, hätte es "true" bleiben müssen.

Folglich gehört "wahr" in die Objektsprache. Das gilt auch für "virtuell wahr", denn die Glockenkurve ist ja die Enveloppe eines Buketts von Wahrheitsbehauptungen.

XII

Doch, durch Tarski immerhin stutzig geworden, vermutet man, daß dem "wahr" eine Besonderheit zukommen müsse. Was diese sei, ist nun, denkt man an den Messenden als Menschen, unschwer zu erraten: Dem virtuell Wahren das Prädikat "wahr" erteilend, macht sich die Person zum Bürgen der Adaequatio, einschließlich der Streuung σ .

Wahrheit hat, ganz kantisch, ihren Ort im Menschen, in der befriedeten Beziehung zwischen Zeichen und Zeichenbenutzer, in einer erfüllten Intention.

Als rückgebeugt in die Person besteht das Prädikat "wahr". Dort hat es ohnehin seinen angestammten Ort. Dem Menschen der Antike wäre es eine Asebie gewesen, ein selbst den Göttern nie erfahrbares "wahres Seiendes" zu benennen. So kühn wurde man erst nach dem Schwinden der Götter. Das griechische "alethes" meint eigentlich bloß "unverhohlen, aufrichtig"; so auch in anderen Sprachen und so meinen es auch die Messenden, sei es der Astronom, sei es die Verkäuferin an der Waage.

Ein Perfektionist allerdings ist mit einem "bloß" virtuellen Zustand nicht zufrieden. Wie ein Monarchist, der von einem Prinzregenten als einem virtuellen König regiert wird, sich nach einem gekrönten König sehnt. In der Erkenntnistheorie wid sich der Unzufriedene schließlich nicht damit begnügen können, den Begriff Wahrheit bloß zu verwerfen, sondern er muß zum Nihilisten werden.

Drängt sich doch Nietzsches (1889, Ziff. 1, Ziff. 8) Urteil auf, daß Wahrheit Lüge ist. Es bei seelischer Befriedung bewenden zu lassen, wird so nichts anderes als ein pragmatisches Zugeständnis. Seelenruhe aber ist jedem Menschen ein Wert. Den Nihilismus, welcher jeglichen Wert verneint, zu ignorieren, ist lebensnotwendig.

Zitierte Arbeiten

Baule, B. (1963), Ausgleichs- und Näherungsrechnung, 7. Aufl. Leipzig: Hirzel.

Born, M. (1950), Atomic Physics, 5th. ed. Glasgow: Blackie.

Born, M. (1966), Physik im Wandel meiner Zeit, 4. Aufl. Braunschweig: Vieweg.

Czuber, E. (1941), Wahrscheinlichkeitsrechnung Erster Band, 6. Aufl. Leipzig: Teubner.

Gauß, C. F. (1973), Werke Band 5, Neudruck. Hildesheim: Olms.

Kant, I. (1783), Prolegomena.

Kant, I. (1787), Kritik der reinen Vernunft, 2. Aufl.

Margenau, H. (1950), The Nature of Physical Reality. New York: McGraw-Hill.

Nawrotzki, K. (1994), Lehrbuch der Stochastik. Frankfurt a. M.: Deutsch.

Nietzsche, F. (1889), *Ecce Homo*.

Strawson, P. F. (1983), *Wahrheit*. In Bubner, R. (Hg.), *Sprache und Analysis*. Göttingen: Vandenhoeck.

Tarski, A. (1935), *Der Wahrheitsbegriff in den formalistischen Sprachen*. Abdruck in Berka, K. und Kreiser, L. (Hg.), *Logik-Texte* (1983, 445 f.) Berlin: Akademie.

Ziff. II und XI sind angelehnt an Oswald Riedel (1997): *Wahrheit als Quantität im Beispiel der Chemie*. In *Mateo Mannheimer Texte Online*,

<http://www.uni-mannheim.de./mateo/verlag/reports/riedel.html>